

TEOREMA DE THEVENIN

Un circuito lineal con resistencias que contenga una o más fuentes de voltaje o corriente puede reemplazarse por una fuente única de voltaje y una resistencia en serie. El voltaje es llamado voltaje equivalente de thévenin V_t la resistencia es llamada R_t .

Este teorema es utilizado para representar una parte de una red mediante una fuente de voltaje y una impedancia en serie Z_t . En la figura 1 se muestra una red dividida en dos secciones 1 y 2.

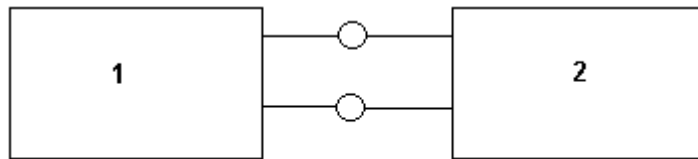


FIGURA 1

En la figura 2 la sección 1 se ha reemplazado por su equivalente thévenin, la cual consiste en una fuente de tensión V_a y una impedancia en serie Z_t .

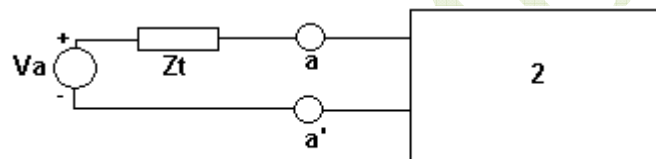


FIGURA 2

en la figura 3 se muestra como se puede determinar V_t , esto es, colocando en circuito abierto las dos terminales de la red 1 y se obtiene la tensión que aparece entre ellas.

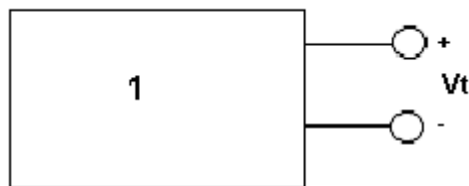


FIGURA 3

Para determinar Z_t se reducen todas las fuentes externas en la red 1 a 0 cortocircuitando las fuentes de tensión y abriendo el circuito de las fuentes de corriente. La impedancia Z_t será igual a la impedancia de entrada de la red 1.

La polaridad de V_t es tal que debe producir la misma corriente de a a a', con idéntica dirección que en la red original. La impedancia Z_t será la impedancia equivalente del circuito a través de las terminales a a' cuando se han eliminado del circuito todas las fuentes de tensión. Lo anterior implica que, para encontrar esta impedancia, debe de examinarse esta red a través de sus terminales. Aunque éstas terminales se encuentren en circuito abierto, un medidor de resistencia conectado a

través de ellas indicará el valor de resistencia Z_t , del circuito cuando las fuentes no están en operación.

A manera de ejemplo se puede considerar el circuito mostrado en la figura 4.

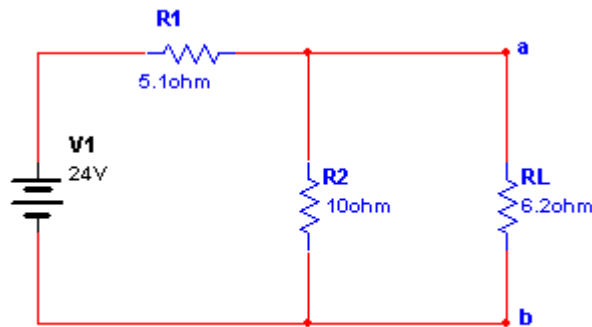


FIGURA 4

Para este circuito es necesario encontrar la tensión V_1 a través de la resistencia R_L , así mismo la corriente I_L que circula por ella.

Primeramente se “desconecta la resistencia R_L ” quedando solamente las terminales a y b, acto seguido será encontrar el equivalente Thevenin del circuito que queda conectado a las terminales a y b, esto consiste en: colocar en circuito abierto la parte que se desea analizar y, después, encontrar el equivalente Thévenin del circuito que queda conectado a las terminales que están en circuito abierto.

Al haber desconectado la resistencia R_L el circuito resultante es un circuito divisor de tensión compuesto por R_1 y R_2 , la tensión a través de R_2 es igual a la tensión en circuito abierto que aparece a través de las terminales a y b por lo tanto la tensión en R_2 será igual a la tensión V_t , este valor es encontrado fácilmente aplicando la ley de Ohm.

Teniendo en el circuito la fuente de tensión y la caída de tensión en las resistencias se tiene:

$V_1 = V_{R1} + V_{R2}$ con $V = I * R$ y al ser un circuito serie la corriente es la misma en las dos resistencias, sustituyendo.

$$V_1 = I R_1 + I R_2 \quad V_1 = I(R_1 + R_2) \quad \text{despejando } I$$

$$I = V_1 / (R_1 + R_2) \quad \text{sustituyendo datos se tiene:}$$

$$I = 24 / (5.1 + 10) \quad \text{por lo tanto } I = 1.58 \text{ A}$$

Calculando la tensión en R_2

$$V_{R2} = I * R_2 \quad V_{R2} = 1.58 * 10 = 15.89\text{V} \quad V_{R2} = V_T$$

Para determinar el valor de la resistencia R_T debe de permanecer desconectada del circuito R_L , para este caso la fuente de tensión deberá estar cortocircuitada como se muestra en la figura 5.

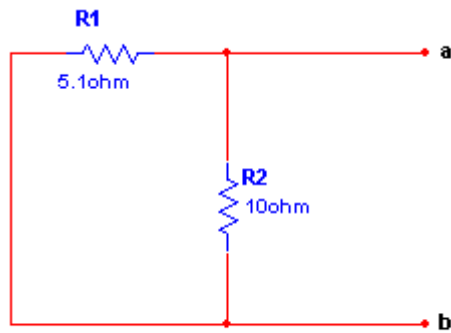


FIGURA 5

Se puede observar que la resistencia R1 y R2 se encuentran en paralelo por lo que la resistencia equivalente será el paralelo de estas dos resistencias.

$$R_t = 1 / \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$R_t = 3.37 \Omega$$

Por lo tanto el circuito equivalente Thévenin es como el mostrado en la figura 6.

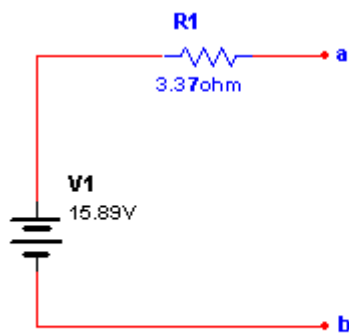


FIGURA 6

Dado que la resistencia R_L no interviene en el proceso para encontrar el circuito equivalente, éste es aplicable a cualquier valor de la resistencia R_L . En realidad se ha encontrado el equivalente Thévenin para el circuito conectado a las terminales a y b.

Finalmente para encontrar los valores de V_L e I_L se conecta de nuevo la resistencia R_L a las terminales a y b del circuito equivalente como se muestra en la figura 7.

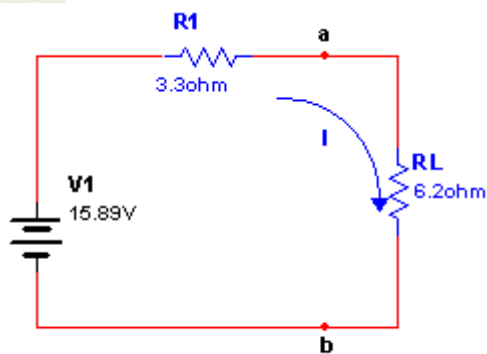


FIGURA 10

Las resistencias R_1 y R_L forman un circuito en serie se tiene una resistencia total de:

$$R_1 + R_L = 3.3 + 6.2$$

$$R_T = 9.5 \Omega$$

La corriente será, por ley de Ohm

$$I = V_1 / R_T$$

$$I = 15.89 / 9.5$$

$$I = 1.67 \text{ A}$$

Como es un circuito serie la corriente es la misma en toda la trayectoria por lo tanto la caída de tensión en R_L será

$$V_{R_L} = I R_L$$

$$V_{R_L} = 1.67 \text{ A} * 6.2 \Omega$$

$$V_{R_L} = 10.35 \text{ V}$$

La manera en como se puede determinar la resistencia equivalente de un circuito serie-paralelo depende de dónde se encuentre conectada la fuente. En general, la resistencia total entre las terminales a y b se calcula en dirección de las terminales hacia la fuente, tomando esta última como referencia.

Cuando la fuente se pone en cortocircuito, las terminales a y b se convierten en una nueva referencia. Al tomar en cuenta a y b para obtener el valor de R_t , la situación es opuesta a la forma en que se considera el circuito para determinar el valor de V_t .

A manera de ejemplo, para R_t se puede imaginar que se conecta una fuente a través de las terminales a y b y se obtiene el valor de la resistencia en una dirección que va desde afuera hacia las terminales del circuito. Si se conecta un medidor de resistencia a través de las terminales, la lectura que éste proporciona indica el valor de la resistencia.

Equivalente Thévenin de un circuito con dos fuentes de tensión.

Como ejemplo se puede basar en el circuito mostrado en la figura 11.

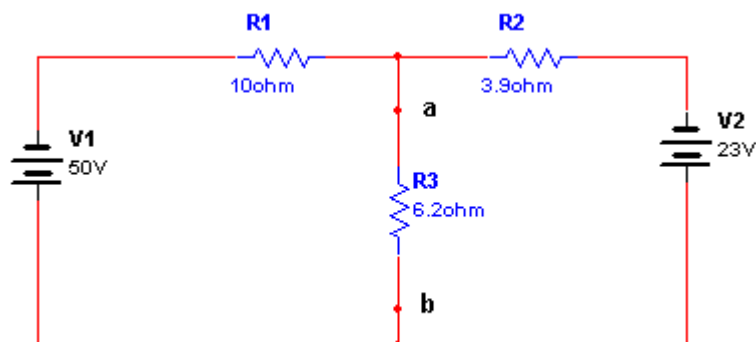


FIGURA 11

Se utilizará el teorema de Thévenin para encontrar el valor de la corriente que circula a través de la resistencia R3, primeramente se identifican los puntos en donde se desea encontrar el equivalente, en la figura 11 se muestran como a y b, se elimina el elemento que se encuentra entre esos puntos quedando como la figura 12.

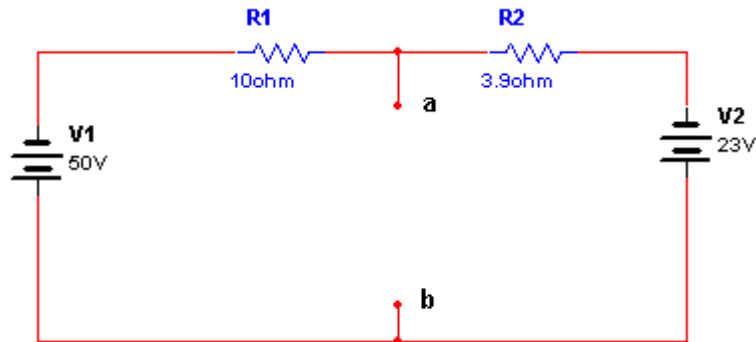


FIGURA 12

Para obtener el valor de la tensión V_t será necesario encontrar el valor de la tensión que se encuentra presente en las terminales a y b.

Haciendo uso del principio de superposición para obtener el valor de la tensión en a y b, primeramente se pone en corto circuito la fuente V2, el circuito queda como en la figura 13.

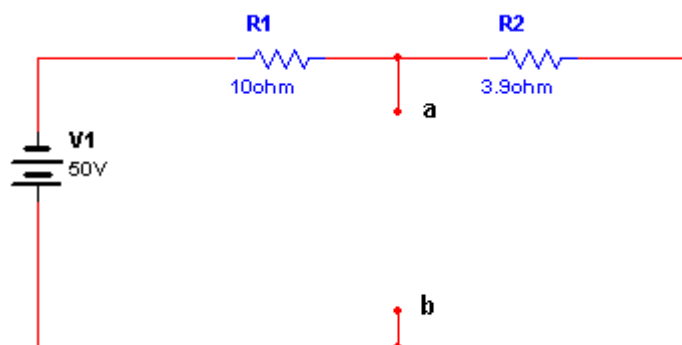


FIGURA 13

Se puede observar que las dos resistencias R1 y R2 se encuentran en serie, así mismo la tensión que se encuentra en la resistencia R2 será el mismo que se presenta en los puntos a y b.

Realizando la sumatoria de fuentes de tensión y caídas de tensión se tiene:

$$-50 \text{ V} - V_{R1} - V_{R2} = 0 \quad \text{en donde } V = I R \text{ se tiene:}$$

$$-50 - (I * R1) - (I * R2) = 0 \quad \text{en un circuito serie la corriente s la misma.}$$

$$-50 - I * (R1 + R2) = 0 \quad \text{sustituyendo datos:}$$

$$I = -50 / (10 + 3.9)$$

$$I = -3.59 \text{ A} \quad V_{R2} = -3.59 \text{ A} * 3.9 \Omega = -14.001 \text{ V}$$

La polaridad de la tensión en la Terminal a es negativa con respecto a tierra.

Para encontrar la tensión que la fuente V2 produce entre las terminales a y b, se pone en este caso a la fuente V1 en cortocircuito, procediendo de igual manera que en el paso anterior se tiene figura 14:

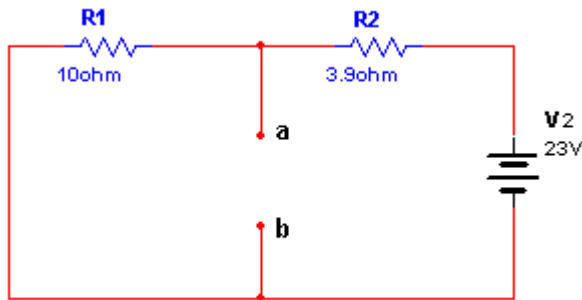


FIGURA 14

De igual manera las dos resistencias se encuentran en serie y la tensión equivalente Thévenin en las terminales a y b será la misma que la caída de tensión en la resistencia 1 para este caso.

$$-23V - V_{R1} - V_{R2} = 0 \quad \text{de acuerdo a la ley de Ohm } V = I * R$$

$-23 - (I * R1) - (I * R2) = 0$ La corriente las dos resistencias será la misma y factorizando:

$$-23 - I(R1 + R2) = 0 \quad \text{despejando } I$$

$$I = -23 / (R1 + R2) \quad \text{sustituyendo datos}$$

$$I = -23 / (10 + 3.9) = 1.65 \text{ A} \quad \text{por lo tanto la caída de tensión en R1 es:}$$

$$V_{R1} = I * R1 = -16.5 \text{ V}$$

Como puede observarse, las tensiones V1 y V2 (equivalente Thévenin calculado) presentan la misma polaridad por lo tanto se suman sus valores, se tiene entonces $V_{ab} = V_T = -14.001 - 16.5 = -30.501 \text{ V}$, la polaridad negativa indica que la Terminal a es negativa con respecto a la Terminal b.

Para obtener el equivalente Thévenin de las resistencia R_{TH} se ponen en cortocircuito las fuentes de tensión, como se muestra en la figura 15

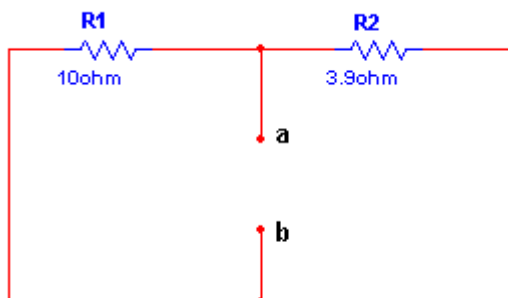


FIGURA 15

Como se puede observar las resistencias R1 y R2 se encuentran conectadas en paralelo a través de las terminales a y b, por lo tanto la resistencia equivalente es:

$$1 / ((1/R_1) + (1 / R_2)) = 1 / ((1 / 10) + (1/ 3.9)) = 2.80 \Omega$$

por lo tanto $R_{TH} = 2.80 \Omega$

El circuito equivalente Thévenin, de acuerdo a los resultados obtenidos como el mostrado en la figura 16.

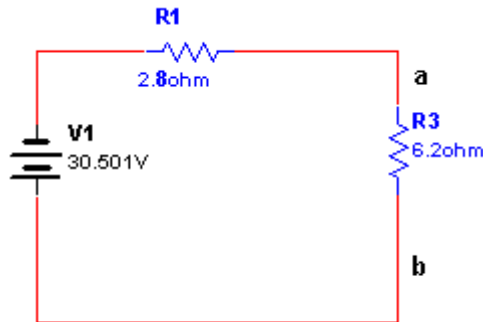


FIGURA 16

Con el propósito de encontrar el valor de la corriente que circula a través de R3, se tiene un circuito serie nuevamente de acuerdo a la sumatoria de tensiones en el circuito.

$$-30V - V_{R1} - V_{R2} = 0$$

$I = -30V / (2.8 + 6.2) = -3.33 \text{ A}$. el signo (-) simplemente indica el sentido de la corriente.

El teorema de Thévenin para circuitos de ca afirma que cualquier red de dos terminales con impedancias fijas y fuentes de energía senoidales puede reemplazarse por un circuito en serie equivalente formado por:

a.- Una fuente de tensión senoidal igual a la tensión V a circuito abierto que aparece entre el par de terminales de la red original.

b.- Una impedancia en serie Z , igual a la impedancia de la red vista desde las terminales de salida abiertas de la misma. Para obtener la impedancia Z , todas las fuentes de energía dentro de la red deben reemplazarse por sus respectivas impedancias internas, sin generar tensión o corriente alguna.

Teorema de Thévenin aplicado en circuitos con transistores.

Se encuentra en la figura 17 un circuito con transistor TBJ. Como se puede observar la base del transistor se conecta a la fuente de alimentación a través de la tensión procedente del divisor formado por R1 y R2, el colector se conecta a la fuente a través de R3 y el emisor a tierra a través de R4, para simplificar el análisis es necesario reducir el circuito a través de la aplicación del teorema de thévenin.

Este teorema será usado del lado de la base del transistor para reducir la red divisora de tensión compuesta por R1 y R2 y la fuente de tensión.

Desconectando la carga al circuito a reducir el circuito quedará formado solamente por el divisor de tensión formado por R1 y R2, la tensión equivalente será entonces la que se encuentra presente en la resistencia R2, figura 17.

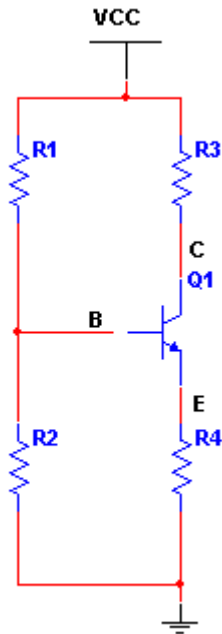


FIGURA 17

De acuerdo a la malla la sumatoria de las caídas de tensión queda:

$$V_{CC} - V_{R1} - V_{R2} = 0 \quad \text{De acuerdo a la ley de Ohm } V = I * R$$

$$V_{CC} = (I * R1) + (I * R2) \quad \text{factorizando y despejando}$$

$I = V_{CC} / (R1 + R2)$, como es un circuito serie la corriente será la misma en las resistencias por tanto la caída de tensión en R2 será:

$$V_{R2} = I * R \quad V_{R2} = V_{CC} (R2 / (R1 + R2)) = V_{TH}$$

Para encontrar la resistencia equivalente Thévenin será necesario colocar a la fuente de alimentación en corto como se muestra en la figura 18.

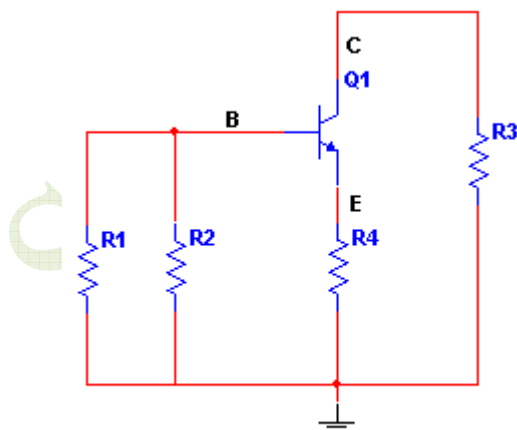


FIGURA 18

Se puede apreciar que la resistencia equivalente Thévenin será la formada por las resistencias R1 y R2, estas dos resistencias se encuentran en paralelo por lo que su resistencia equivalente será:

$$R_{TH} = 1 / ((1/R1) + (1/R2))$$

Si se deseara realizar lo mismo de el lado de salida del transistor esto es, en las terminales de colector y emisor, el procedimiento a seguir sería el mismo.

El circuito resultante, de acuerdo al análisis anterior sería como el mostrado en la figura 19.

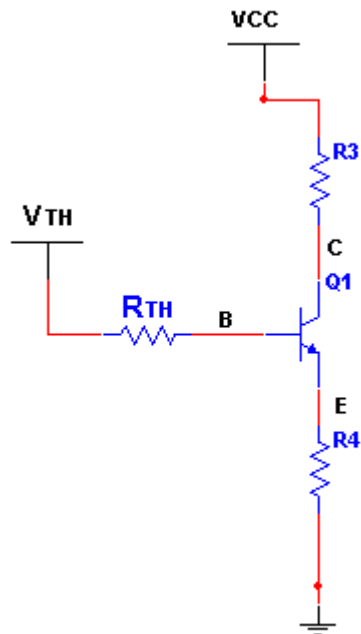


FIGURA 19

BIBLIOGRAFIA

A.Sedra. 1989. DISPOSITIVOS ELECTRONICOS Y AMPLIFICACION DE SEÑALES.

México. 1 ed. Mc Graw-Hill..

Grob. ELECTRONICA BASICA.

México, 5 ed. Mc Graw-Hill.

Joseph A. Edminister. 1899. CIRCUITOS ELECTRICOS

México. 2 ed. Mc Graw-Hill

<http://www.solecmexico.com/>